



应用随机过程

吴卫星 & 邓军

对外经济贸易大学 金融学院

博学楼703, jundeng@uibe.edu.cn

1/21



GoBack

FullScreen

Close

Quit



第一章： 课程导论

- 1.1 随机过程是什么
- 1.2 为什么学习
- 1.3 学什么
- 1.4 如何应用

2/21



GoBack

FullScreen

Close

Quit



随机过程论：研究随机现象演变的概率规律性，是近代数学的重要组成部分，特点：

- 1. 应用非常广泛,实际背景强;
- 2. 数学基础要求较高;
- 3. 建立随机分析的思维较难.

3/21

随机过程在金融中的应用：

- 1. 期权定价公式
- 2. 动态资产定价
- 3. 投资组合理论
-



GoBack

FullScreen

Close

Quit



本课程教学中:

- 1.立足于基本理论的介绍;
- 2.力图帮助同学掌握随机分析的基本思想和基本方法;
- 3.尽量阐述清楚基本概念及相应的背景;
- 4.尝试将各类随机过程与金融问题结合
(Black, Sholes, Merton) ;
- 5.训练数学表述能力.

考试成绩分配: 平时 (40% or 50%) + 期末 (60%
or 50%)

4/21



GoBack

FullScreen

Close

Quit

作业安排:

本学期共16周，计划安排五次作业。计划时间如下：

- 第一次作业：第三周交
- 第二次作业：第六周交
- 第三次作业：第九周交
- 第四次作业：第十二周交
- 第五次作业：第十五周交



5/21



GoBack

FullScreen

Close

Quit

课程大纲

- 课程介绍
- 概率基础知识
- 随机过程基本概率和类型
- Brown运动
- Poisson 过程
- Martingale (鞅)
- Markov 链
- 随机积分
- 应用



6/21



GoBack

FullScreen

Close

Quit



参考书籍:

- 张波, 商豪: 《应用随机过程》, 中国人民大学出版社
- 严加安, 《测度论讲义》, 科学出版社
- 钱敏平, 龚光鲁, 陈大岳, 章复熹: 《应用随机过程》. 高等教育出版社
- Sheldon M. Ross: 《Stochastic Processes 2nd Edition》, Wiley. (有中译本: 应用随机过程: 概率模型导论)

7/21



GoBack

FullScreen

Close

Quit

利率曲线

$$dr_t = \kappa(r_0 - r_t)dt + \sigma dW_t.$$



8/21



GoBack

FullScreen

Close

Quit

APPLE

$$dS_t = S_t \mu dt + \sigma S_t dW_t$$



9/21



GoBack

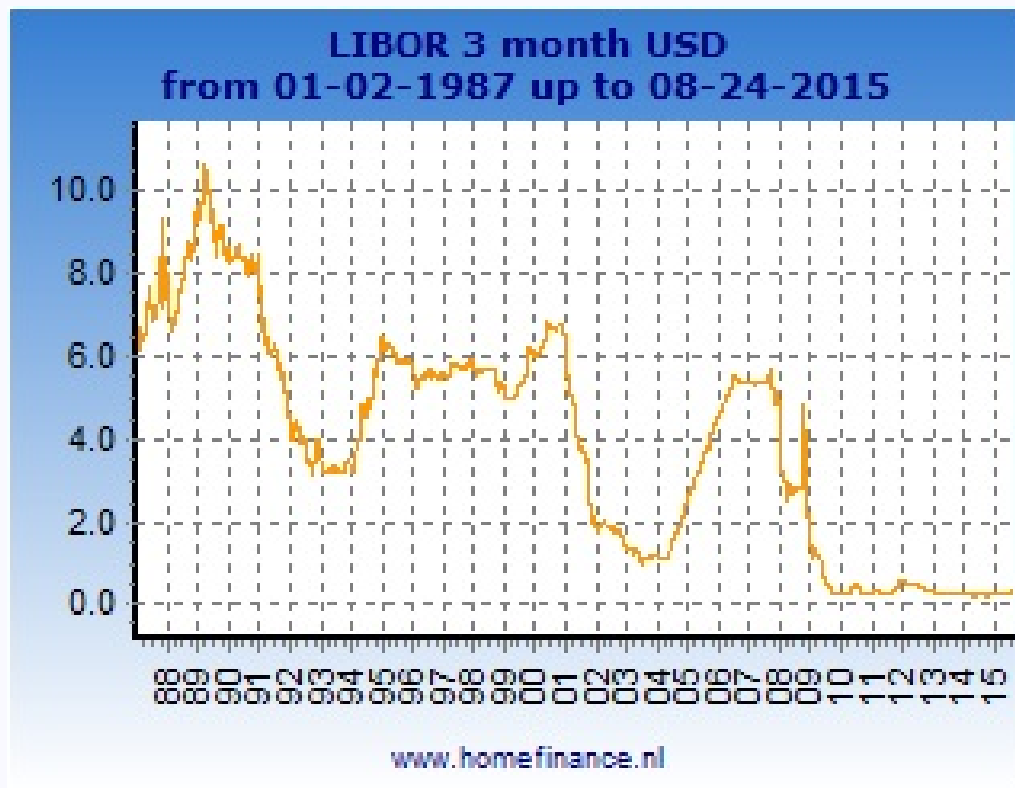
FullScreen

Close

Quit

3 month US dollar LIBOR chart - long term graph

$$dL_t = \sigma L_t dW_t$$



10/21



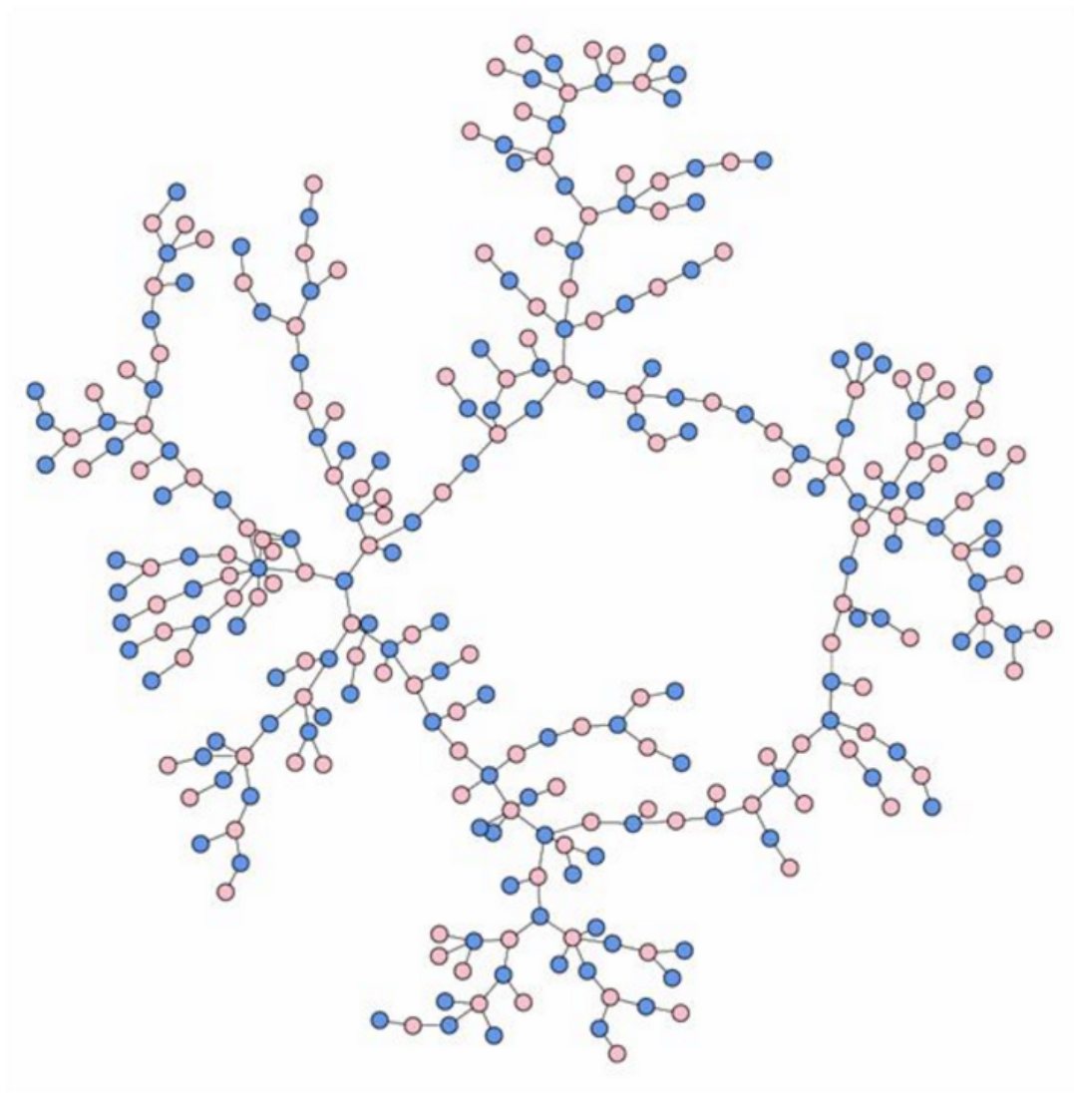
GoBack

FullScreen

Close

Quit

High School Dating Relationship



11/21



GoBack

FullScreen

Close

Quit



理发师悖论 (Barber paradox)

小城里的理发师：他要为城里所有不为自己刮脸的人刮脸，而且只为那些不为自己刮脸的人刮脸。

但问题是：理发师该给自己刮脸吗？如果他给自己刮脸，那么按照他的豪言“只为那些不为自己刮脸的人刮脸”他不应该为自己刮脸；但如果他不给自己刮脸，同样按照他的豪言“为城里所有不为自己刮脸的人刮脸”他又应该为自己刮脸。

12/21



GoBack

FullScreen

Close

Quit

匹诺曹悖论 (Pinocchio paradox)

“我的鼻子会变长”



13/21



GoBack

FullScreen

Close

Quit

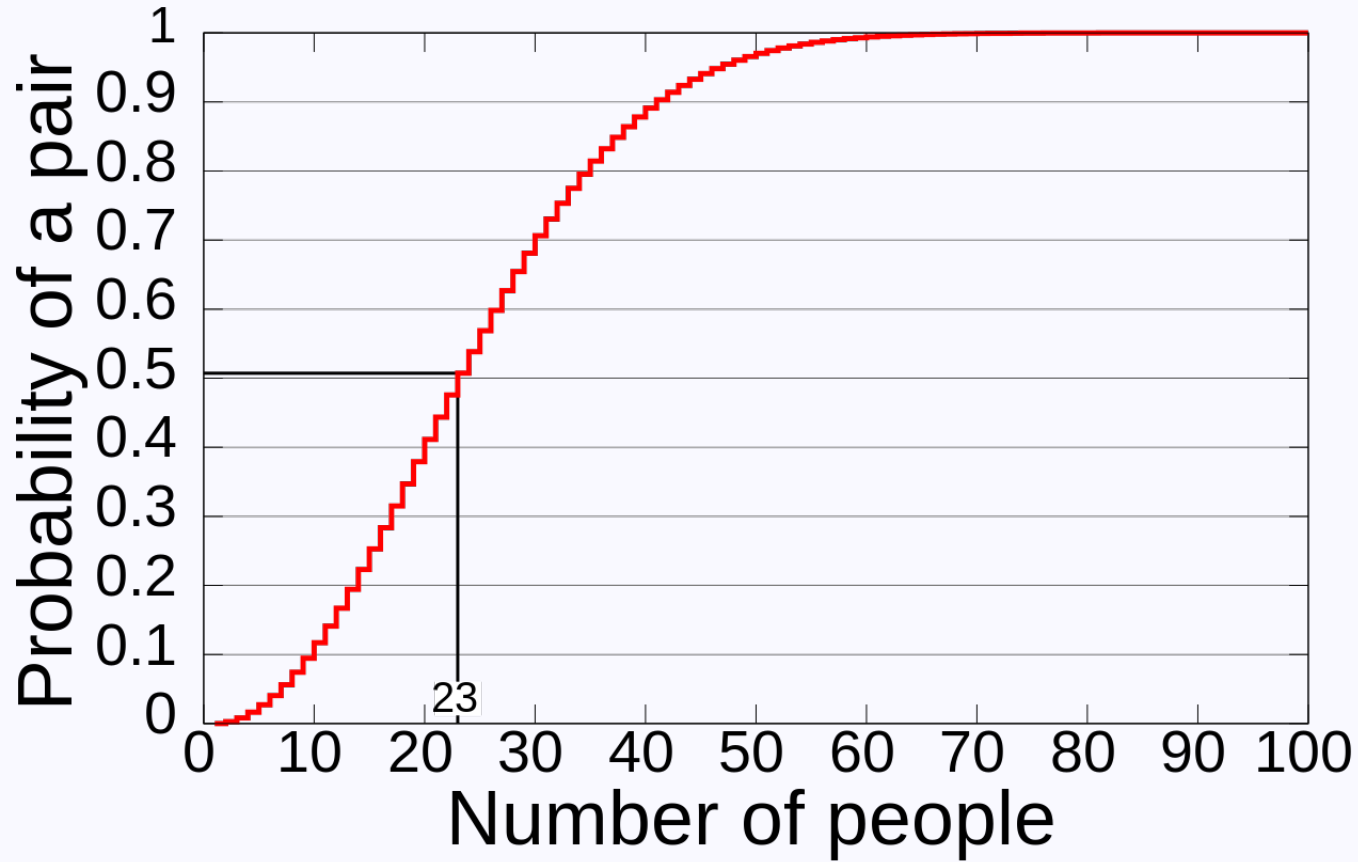


生日问题

如果一个房间里有23个或23个以上的人，那么至少有两个人的生日相同的概率要大于50%。这就意味着在一个典型的标准小学班级（30人）中，存在两人生日相同的可能性更高。对于60或者更多的人，这种概率要大于99%。从引起逻辑矛盾的角度来说生日悖论并不是一种悖论，从这个数学事实与一般直觉相抵触的意义上，它才称得上是一个悖论。大多数人会认为，23人中有2人生日相同的概率应该远远小于50%。

在 N 个人中至少有两个人生日相同的概率为：

$$P = 1 - \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \cdots \frac{365 - N + 1}{365}$$



15/21



GoBack

FullScreen

Close

Quit

为什么我们需要概率空间???

贝特朗奇论 (Bertrand' s paradox): 考虑一个内接于圆的等边三角形。若随机选取方圆上的一根弦，则此弦的长度比三角形的边长的机率为何？



16/21

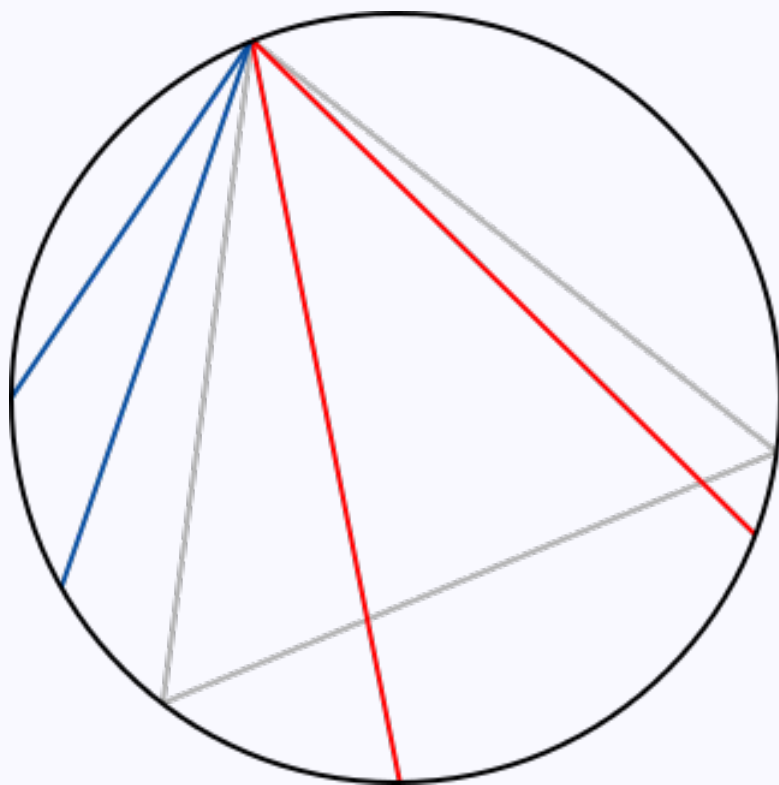


GoBack

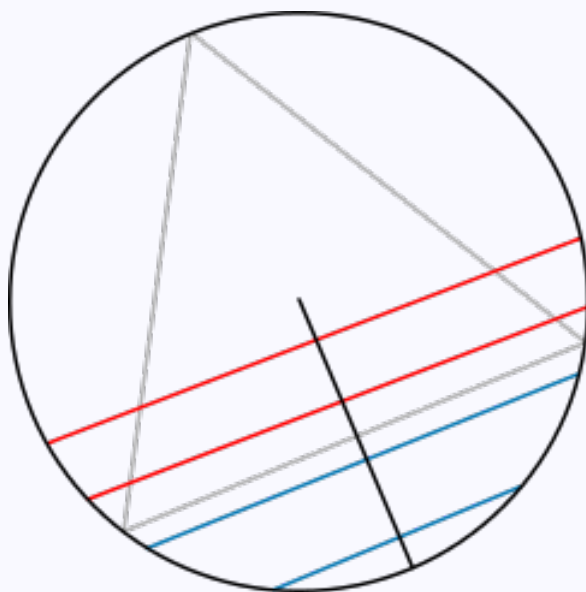
FullScreen

Close

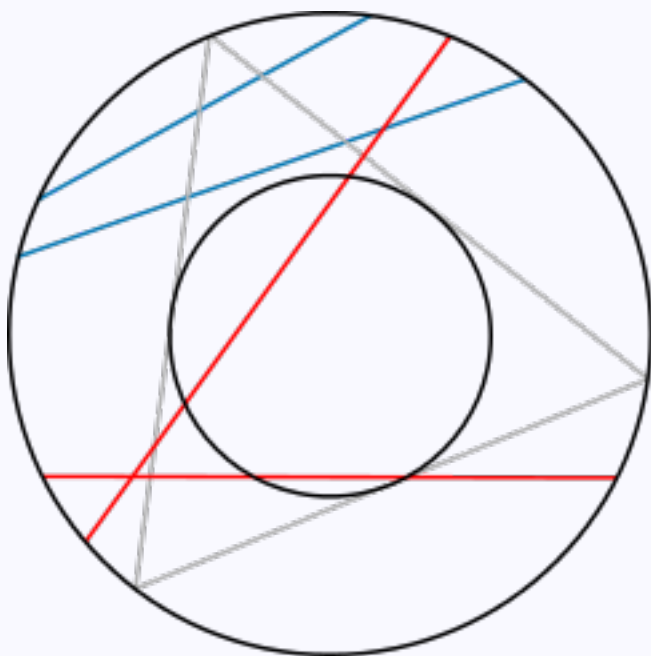
Quit



如图所示：通过三角形任意一个顶点做圆的切线。由该顶点做一条弦，弦的另一端在圆上任意一点。由图可知弦与切线成 60° 角和 120° 角之间的時候弦长度大于三角形边长。所以概率为 $P = \frac{1}{3}$ 。



如图所示：在垂直于三角形任意一边的直径上随机取一个点，并通过该点做一条垂直于该直径的弦，由圆内接正三角形的性质可得，在该点位于半径中点的时候弦长度等于三角形的边长度，当点离圆心的距离小于 $1/2$ 时弦长度大于三角形边长。所以概率为 $P = \frac{1}{2}$ 。



19/21

如图所示：当弦的中点在阴影标记的圆内时，弦的长度大于三角形的边长，而大圆的弦中点一定在圆内，大圆的面积是 πr^2 ，小圆的面积是 $\pi(r/2)^2$ 。所以概率 $P = \frac{1}{4}$ 。



GoBack

FullScreen

Close

Quit

我们需要严格的定义所讨论的概率所在的空间!!!!

我们需要严格的定义所讨论的概率所在的空间!!!!

我们需要严格的定义所讨论的概率所在的空间!!!!



20/21



GoBack

FullScreen

Close

Quit