

《应用随机过程》教学大纲 2021

共同使用版本

课程名称：应用随机过程

英文名称：Applied Stochastic Processes

一、 课程简介

应用随机过程是一门为经济、管理、金融相关专业本科二年级及以上学生设计的三学课程。该课程主要讲授随“时间”演变随机现象相关的数学理论和方法及其在自然科学、工程技术和经济金融领域的应用。本课程的教学内容主要包括概率论基础，以及具有很强金融背景的几类随机过程：马尔可夫链；Poisson 过程；正态过程；Brown 运动；离散时间鞅以及随机分析初步等。

二、 教学目标

本课程的定位是：帮助学生掌握随机过程的基本理论和在金融中的应用、培养学生对金融实践进行量化分析并提供解决方案的能力，掌握利用随机手段分析金融问题的正确方法和基本理念，为进一步学习金融学后续专业课程打下坚实的基础。

因此，本课程的教学目标是：

- 1、通过该门课程的学习，使学生掌握随机过程的基本理论与实际应用的方法；
- 2、熟悉对工程技术、经济管理等各专业的实际问题建立随机模型的思路、理论、方法；
- 3、培养学生对金融实践进行量化分析并提供解决方案的能力；
- 4、了解近年来随机过程方法在金融中的应用；
- 5、培养学生通过建立随机的思想来理解我国政府在经济活动的宏观政策，如何在不确定性的市场环境中制定和实施调控政策。同时也让学生了解我国学者在该学科领域

作出的杰出贡献，增强学生的文化自信。

三 教学内容

第一章 随机过程的概率论基础

【基本内容】

1. 学科历史
2. 概率空间、随机变量和分布函数
 - (1) 概率空间定义及其建模含义
 - (2) 随机变量及其分布
3. 数字特征，矩母函数与特征函数
4. 条件概率、条件期望和独立性
5. 收敛性*

要求学生：

1. 复习随机变量、分布函数、分布律和概率密度函数的概念，条件分布，函数的分布求法，常见的离散型与连续型分布，及多维随机变量的知识。
2. 复习随机变量的数学期望、方差、矩、协方差与协方差阵、相关系数的定义及计算。
3. 掌握条件数学期望的求法，全期望公式的意义与应用。
4. 掌握随机变量的特征函数的定义、性质与求法。
5. 理解随机变量序列的各种收敛性。概率空间定义及其建模含义。

教学总时数：6

【课程思政】：让学生了解我国学者在该学科领域作出的杰出贡献，增强学生的文化自信。让学生理解随机和确定的辩证思想，树立正确的价值观。

参考资料：《应用随机过程（第五版）》（张波、商豪、邓军）第一章

第二章 随机过程的基本概念和基本类型

【基本内容】

1. 随机过程的定义和分类
2. 随机过程的数字特征
3. 随机过程的分类
 - (1) 严平稳、宽平稳随机过程
 - (2) 独立随机过程
 - (3) 平稳增量过程
 - (4) 独立平稳增量过程
4. 正态随机过程简介

要求学生：

1. 掌握随机过程的背景、定义及分类。
2. 掌握随机过程的一维、二维分布函数、有限维分布函数、均值函数、方差函数与协方差函数等重要的数字特征，以及随机过程的特征函数的定义与应用。
3. 了解随机过程的按物理架构分类、按概率特性分类及几种常见随机过程 如二阶矩过程，正态随机过程，独立增量过程等。

教学总时数：6

参考资料：《应用随机过程（第五版）》（张波、商豪、邓军）第二章

第三章 布朗运动

【基本内容】

1. 布朗运动的概念和基本性质
2. 布朗运动的数字特征

3. 二次变差
4. 最大值定律
5. 布朗桥

要求学生：

1. 掌握布朗运动定义，会计算布朗运动的数字特征
2. 通过对比一次变差，理解布朗运动二次变差的独特性
3. 了解最大值定律和布朗桥

教学总时数：6

参考资料：《应用随机过程（第五版）》（张波、商豪、邓军）第三章

第四章 泊松过程

【基本内容】

1. 泊松过程的定义及其性质
 - (1) 计数过程的定义以及常用计数过程
 - (2) 齐次泊松过程的定义和概率性质
2. 泊松过程的等待时间分布
3. 复合泊松过程定义和特征函数

要求学生：

1. 理解泊松过程的背景与定义，以及泊松过程的简单性质。
2. 掌握泊松过程的均值函数、方差函数、协方差函数的求法与应用。
3. 掌握到达时间间隔的分布函数、概率密度及有关概率的求法。
4. 了解复合泊松过程背景，定义与示例，以及复合泊松过程的简单性质。

教学总时数：6

参考资料：教材《应用随机过程（第五版）》（张波、商豪、邓军）第四章。

第五章 鞅过程及其应用

【基本内容】

1. 基本概念
 - (1) 鞅定义及其建模含义
 - (2) 鞅和无套利之间的关系
2. 鞅的停时理论和应用
3. 鞅收敛定理*
4. 鞅过程在金融中的应用*

要求学生：

1. 理解随机游动和鞅的背景与定义。
2. 掌握停时理论及其实际应用。
3. 熟悉随机游动与鞅对金融现象的刻画。

教学总时数：6

【课程思政】：通过鞅的性质，让同学们理解什么是公平的市场，什么是公开信息，帮助同学们树立正确的职业道德规范。

参考资料：教材《应用随机过程（第五版）》（张波、商豪、邓军）第五章。

第六章 马尔科夫链 Markov Chain

【基本内容】

1. 基本概念
 - (1) 马尔科夫链定义及其建模含义
 - (2) 状态转移图和状态转移矩阵
2. 状态的分类及性质
3. 极限定理及平稳分布
4. 马尔可夫链的应用
5. 连续时间马尔可夫链*
6. 转移概率和柯尔莫哥洛夫微分方程*

要求学生：

1. 理解马尔可夫过程的背景与定义，马尔可夫过程的基本性质。
2. 熟悉常见的马尔可夫过程。
3. 齐次马尔可夫链的一步、二步转移概率，转移概率矩阵与 C-K 方程。
4. 掌握平稳分布的证明和计算
5. 了解马尔可夫链在金融学中的应用。

教学总时数：9

【课程思政】：利用马尔可夫链的转移性质让学生理解不同经济政策在不同环境的转变，以最后实现平稳的变化。

参考资料：教材《应用随机过程（第五版）》（张波、商豪、邓军）第六章。

第七章 随机积分及其应用

【基础知识】

1. 基本概念
 - (1) 离散时间版本的随机积分
 - (2) 随机积分定义及其建模含义
 - (3) 关于布朗运动的积分
2. 伊藤积分的性质、二次变差和 ITO 公式
3. 随机积分在金融学中的应用

要求学生：

1. 掌握伊藤积分过程。
2. 掌握伊藤积分公式。
3. 了解 ITO 公式在求解一些简单随机微分方程的应用

教学时数：9

参考资料：教材《应用随机过程（第五版）》（张波、商豪、邓军）第七章。

四 教学进度计划表

本课程教学周为 16 周，具体安排如下：

周次	课时	教学方式	内容提要 (包括讲授章、节、目, 讨论题目, 实验等内容)	备注
1	3	课堂讲授	第一章 随机过程的概率论基础	
2	3	课堂讲授	第一章 随机过程的概率论基础	
3	3	课堂讲授	第二章 随机过程的定义和分类	

周次	课时	教学方式	内容提要 (包括讲授章、节、目, 讨论题目, 实验等内容)	备注
4	3	课堂讲授	第二章 随机过程的定义和分类	
5	3	课堂讲授	第三章 布朗运动	
6	3	课堂讲授	第三章 布朗运动	
7	3	课堂讲授	第四章 泊松过程	
8	3	课堂讲授	第四章 泊松过程	
9	3	课堂讲授	第五章 鞅	
10	3	课堂讲授	第五章 鞅	
11	3	课堂讲授	第五章 Markov 过程	
12	3	课堂讲授	第五章 Markov 过程	实验
13	3	课堂讲授	第五章 Markov 过程	
14	3	课堂讲授	第六章 Ito 积分	
15	3	课堂讲授	第六章 Ito 积分	
16	3	课堂讲授	第六章 随机过程的应用	实验

五 学习效果及达成途径

学习效果

1. 通过本课程的学习, 希望达成的学习效果如下:
2. 立足于基本理论的介绍;
3. 力图帮助同学掌握随机分析的基本思想和基本方法;
4. 尽量阐述清楚基本概念及相应的背景;

5. 尝试将各类随机过程与金融问题结合 (如 Black-Sholes-Merton 公式) ;
6. 训练数学表述能力.

2. 达成学习效果的途径

通过具体实例进行分析, 探索确定性方法与随机方法的异同; 课后阅读教师指定资料;

按时完成期中作业; 认真准备期末考试。

六 课程学习资料

1. 指定教材: 张波、商豪、邓军. 应用随机过程第五版[M]. 中国人民大学出版社.

参考教材: 伍海华, 杨德平, 随机过程. 随机过程: 金融资产定价之应用[M]. 中国金融出版社, 2002.

2. 参考资料:

钱敏平, 龚光鲁. 随机过程论[M]. 北京大学出版社, 1997.

胡迪鹤. 随机过程论: 基础, 理论, 应用[M]. 武汉大学出版社, 2000.

严加安. 测度论讲义[M]. 科学出版社, 1998.

Ross S M. Stochastic processes[M]. New York: John Wiley & Sons, 1996.

Gardiner C W. Handbook of stochastic methods[M]. Berlin: Springer, 1985.

撰写人: 吴卫星、邓军 2021年7月